

Prof. dr hab. inż. Halina Egner
Wydział Mechaniczny
Politechnika Krakowska im. T. Kościuszki
ul. Warszawska 24
31-155 Kraków
Tel.: +48 693 073 882
e-mail: halina.egner@pk.edu.pl

Kraków, 17.03.2026

Recenzja

Rozprawy doktorskiej zatytułowanej

„ANISOTROPY OF COMPOSITE MATERIAL PROPERTIES INDUCED BY MICROSTRUCTURE MORPHOLOGY – MICROMECHANICAL AND NUMERICAL MODELING IN NON-LINEAR REGIME”

autorstwa mgr inż. Kamila Krystiana Bieńka

1. Podstawa opracowania

Podstawę opracowania stanowi pismo (sygn. RN-D-0002.13.2025) Sekretarza Rady Naukowej Instytutu Podstawowych Problemów Techniki PAN, sygnowane przez prof. dra hab. inż. Zbigniewa Ranachowskiego i dołączona do niego rozprawa doktorska mgr inż. Kamila Bieńka pt. „ANISOTROPY OF COMPOSITE MATERIAL PROPERTIES INDUCED BY MICROSTRUCTURE MORPHOLOGY – MICROMECHANICAL AND NUMERICAL MODELING IN NON-LINEAR REGIME”. Promotorką rozprawy jest prof. dr hab. inż. Katarzyna Kowalczyk-Gajewska.

2. Omówienie pracy

Recenzowana rozprawa doktorska skupia się na zrozumieniu związku między cechami morfologicznymi mikrostruktury, w szczególności przestrzennym rozmieszczeniem faz, a anizotropią właściwości makroskopowych materiałów niejednorodnych. Podstawowym narzędziem wykorzystanym w tych badaniach jest model klastra pola średniego, zaproponowany po raz pierwszy przez Molinariego i El Moudena w 1996 r. dla kompozytów cząsteczkowych. Głównym celem pracy jest rozszerzenie i numeryczna weryfikacja tego półanalitycznego schematu w zakresie nieliniowym, obejmującym plastyczność i lepkoplastyczność. Dodatkowo ma ona na celu opracowanie wydajnych obliczeniowo procedur stosowania tego modelu do identyfikacji optymalnych mikrostruktur kompozytowych na wstępnych etapach projektowania materiałów. Badania analizują wydajność modelu klastra dla liniowych kompozytów termosprężystych w celu zidentyfikowania jego ograniczeń i sformułowania zamkniętych formuł tensora interakcji dla typowych układów wtrąceń. Walidacja modelu klastra jest przeprowadzana przy użyciu homogenizacji numerycznej za pomocą metody elementów skończonych oraz danych eksperymentalnych z porowatych próbek wydrukowanych w 3D. Rozszerzenie modelu klastra na kompozyty sprężysto-plastyczne obejmuje linearyzację, uniformizację i izotropizację, uwzględniając fluktuacje naprężeń poprzez tzw. drugie momenty naprężeń. Ponadto w pracy rozszerzono model na przypadki sprężysto-lepkoplastyczne, koncentrując się na wpływie metody izotropizacji i porównując

wyniki z analizami MES. Zaproponowano też nowy wskaźnik morfologii geometrycznej, oparty na koncepcji „otworów wiertniczych” (ang. *boreholes*), służący do ilościowego określenia makroskopowej anizotropii materiału. Praca pokazuje potencjał modelu klastra w zakresie projektowania i optymalizacji wielokryterialnej materiałów kompozytowych, oferując oszczędne czasowo podejście do badania różnych scenariuszy.

Tematyka pracy doktorskiej dotyczy ważnych współczesnych wyzwań w inżynierii materiałów kompozytowych. Zrozumienie złożonych zależności między cechami morfologicznymi mikrostruktury, w szczególności przestrzennym rozmieszczeniem faz, a anizotropią właściwości makroskopowych materiałów niejednorodnych ma kluczowe znaczenie ze względu na rosnące wykorzystanie kompozytów, materiałów polikrystalicznych i porowatych, a także na zapotrzebowanie na dokładniejsze oszacowanie parametrów materiałów, zwłaszcza w związku z postępowaniem w dziedzinie produkcji addytywnej. Materiały niejednorodne są szeroko stosowane w przemyśle, ale często ich złożoność jest upraszczana w tradycyjnych procesach projektowania. Rosnąca potrzeba lepszego oszacowania parametrów materiałów wymaga zaawansowanych teorii i modeli, które zastosowano w niniejszej pracy. Ponadto, rozwój technik produkcji addytywnej otworzył nowe możliwości w zakresie dostosowywania i projektowania mikrostruktur. Badania nad identyfikacją optymalnych mikrostruktur kompozytowych i walidacja modeli za pomocą porowatych próbek wydrukowanych w 3D są bezpośrednio związane z tym nowoczesnym trendem w produkcji.

Uważam, że zakres pracy jest aktualny i ważny. Odpowiada na bieżące potrzeby w zakresie projektowania materiałów i poszerza granice modelowania mikromechanicznego, w kierunku wydajniejszej i dokładniejszej analizy i optymalizacji materiałów heterogenicznych. Rozszerzenie modelu klastra pola średniego na zakres nieliniowy, obejmujący plastyczność i lepkoplastyczność, jest ważnym i trudnym zagadnieniem. Rozszerzenie to ma duże znaczenie dla prawidłowego przewidywania zachowania materiału w realistycznych warunkach obciążenia. Istotne jest też opracowanie wydajnych obliczeniowo procedur stosowania modelu klastra do identyfikacji optymalnych mikrostruktur kompozytowych. Szybkie narzędzia analityczne lub półanalityczne pozwalają na testowanie wielu scenariuszy, co ma kluczowe znaczenie na wstępnych etapach projektowania i optymalizacji wielokryterialnej materiałów.

Rozprawa została napisana w języku angielskim, łącznie na 110 stronach maszynopisu formatu A4. W jej skład wchodzi: streszczenie w języku angielskim i polskim, spis treści, 7 rozdziałów oraz spis literatury obejmujący 97 pozycji. Tytuły poszczególnych rozdziałów są następujące:

- 1 Introduction
- 2 Cluster model for linear constitutive laws
- 3 Validation of the cluster model in the elastic regime
- 4 Extension of the cluster model to elastoplasticity
- 5 Extension of the cluster model to elastoviscoplasticity
- 6 Additional study on microstructure
- 7 Summary.

Rozdział 1 zawiera wprowadzenie do tematyki pracy, opisuje motywację, przegląd literatury oraz ogólny cel i zakres badań. Motywacją do podjęcia tematyki jest fakt, że chociaż numeryczne metody homogenizacji, takie jak FEM, są bardzo skuteczne, często wymagają one dużych zasobów, co powoduje potrzebę dalszego rozwijania rozwiązań analitycznych, takich

jak modele pola średniego. W rozdziale tym przedstawiono również krótki opis podziału pracy na rozdziały, z których każdy dotyczy konkretnych aspektów opracowania i walidacji modelu.

Rozdział 2 pracy wprowadza model klastra. Zawiera on szczegółowe omówienie teoretycznego sformułowania modelu dla liniowych praw konstytutywnych, w szczególności odnosząc się do liniowej termosprężystości. W rozdziale tym przedstawiony został krok po kroku algorytm obliczeniowy służący do zastosowania modelu do kompozytów dwufazowych o fazach izotropowych. Zbadany został również wpływ wielkości klastra na dokładność wyników modelu, w celu określenia optymalnej wielkości zapewniającej zbieżne i reprezentatywne wyniki. Ponadto w Rozdziale 2 porównano model klastra z klasycznym modelem Mori-Tanaka, podkreślając, w jaki sposób model klastrowy uwzględnia przestrzenny rozkład wtrąceń, czego brakuje w oryginalnym podejściu Mori-Tanaki. Na koniec podkreślono, że wstępnie zdefiniowane składowe tensora interakcji, które są kompaktowe i pozwalają skrócić czas obliczeń, sprawiają, że model klastrowy jest cennym narzędziem na początkowych etapach projektowania materiałów wymagających wielu obliczeń i iteracji.

Rozdział 3 skupia się na walidacji modelu klastrowego w zakresie sprężystej odpowiedzi materiału, wykorzystując przede wszystkim metodę elementów skończonych (MES) do homogenizacji numerycznej. Aby zapewnić wiarygodność wyników, przeprowadzono testy zbieżności siatki na komórkach z pojedynczą inkluzją, porównując różne rozmiary siatki i rzędy elementów (liniowe i kwadratowe). Wyniki wykazały, że gęstsze siatki prowadzą do mniejszych rozbieżności, a elementy kwadratowe znacznie poprawiają dokładność i skracają czas obliczeń w porównaniu z elementami liniowymi. Prognozy modelu klastrowego zostały bezpośrednio porównane z wynikami MES dla liniowych materiałów termosprężystych o różnych typach sieci krystalicznej (RC, BCC, FCC) i właściwościach wtrąceń (ultra twarde i ultra miękkie). Przeprowadzono również wstępną walidację eksperymentalną przy użyciu porowatych próbek wydrukowanych w 3D, wykazując jakościową zgodność między modelem a danymi eksperymentalnymi dotyczącymi wpływu porowatości i mikrostruktury na makroskopowy moduł Younga. W rozdziale tym omówiono również procedury optymalizacji w zakresie sprężystości, mające na celu znalezienie optymalnych mikrostruktur dla pożądanych właściwości, takich jak wysoka sztywność i niskie przewodnictwo cieplne, przy użyciu technik optymalizacji wielokryterialnej. W wyniku przeprowadzonych analiz stwierdzono, że model klastra wykazuje wyniki zgodne z analizą MES dla przypadku materiałów sprężystych, dobrze odwzorowując wpływ mikrostruktury i anizotropii w zakresie udziałów objętościowych wtrąceń nie przekraczających 40%.

Rozdział 4 pokazuje zdolność modelu klastrowego do skutecznego uchwycenia anizotropowych odpowiedzi nieliniowych, zwłaszcza w porównaniu ze schematem Mori-Tanaka. Opierając się na wcześniejszej publikacji współautorskiej Doktoranta, opisano w nim szczegółowo rozszerzenie modelu klastra na kompozyty sprężysto-plastyczne. Rozszerzenie to obejmuje trzy kluczowe etapy: linearyzację, uniformizację i izotropizację, które są konieczne ze względu na nieliniowość prawa konstytutywnego matrycy metalowej w zakresie niesprężystym. Zastosowano zmodyfikowaną linearyzację styczną, której użycie (w odróżnieniu od linearyzacji siecznej) nie jest ograniczone do proporcjonalnych ścieżek obciążenia. W celu uzyskania satysfakcjonującego przewidywania odpowiedzi plastycznej matrycy pod wpływem zarówno dewiatorowych jak i hydrostatycznych stanów obciążenia, w procesie uniformizacji uwzględniono fluktuację naprężeń (wykorzystano tzw. drugie momenty

tensora naprężenia). Proces izotropizacji polega na znalezieniu akceptowalnego izotropowego przybliżenia anizotropowych modułów ścinania. Wybrane podejście zakłada, że wartości modułów ścinania są równe we wszystkich kierunkach ścinania i obliczone jako ważona suma składników sprężystych i plastycznych. W recenzowanej pracy zastosowano metodę izotropizacji „miękkiej” (gdzie współczynnik wagowy wynosi 0, zatem część sprężysta jest pominięta). Przewidywania modelu klastrowego porównano z wynikami metody elementów skończonych, wykazując dobrą zgodność dla frakcji objętościowych do 40%. Wykorzystując efektywność obliczeniową metody przeprowadzono również rozważania dotyczące optymalizacji wielokryterialnej w zakresie sprężysto-plastycznej odpowiedzi materiału kompozytowego.

W Rozdziale 5 szczegółowo opisano rozszerzenie modelu klastrowego na kompozyty sprężysto-lepkoplastyczne, opierając się na rozumowaniu zastosowanym w Rozdziale 4 dla materiałów sprężysto-plastycznych. Rozszerzenie to wymaga dodatkowych założeń ze względu na nieliniowe prawa konstytutywne w zakresie lepkoplastycznym. W pracy zastosowano model Maxwella, który powstaje przez szeregowe połączenie elementu liniowo-sprężystego oraz lepkiego (zastosowano nieliniowy model lepkoplastyczności Perzyny). Kluczowym wyzwaniem w modelowaniu odpowiedzi lepkoplastycznej jest to, że prędkość odkształcenia zależy nie tylko od prędkości naprężenia, ale także od samego naprężenia. W bieżącej pracy doktorskiej zastosowano addytywne prawo oddziaływania, z linearyzacją styczną dla części lepkoplastycznej według podejścia Molinari (2002). Wykazano, że wyniki uzyskane przy użyciu modelu klastrowego w dużym stopniu zależą od wybranej metody izotropizacji zastosowanej do lepkiej sztywności stycznej. Najlepszą zgodność między modelem klastrowym a modelem MES stwierdzono dla współczynników wagowych bardziej „miękkich”, rzędu 0,2. Omówiono dwie kombinacje zachowań materiałów matrycy i wtrąceń (sprężysto-lepkoplastyczna matryca i sprężyste wtrącenia, sprężysto-lepkoplastyczna matryca i lepkoplastyczne wtrącenia). We wnioskach stwierdzono, że rozszerzenie modelu klastra na zachowania lepkoplastyczne materiałów składowych kompozytu stanowi znacznie większe wyzwanie w porównaniu np. z plastycznością. W tej kwestii potrzebne są dalsze prace w celu uzyskania wiarygodnych narzędzi analitycznych. Testy zbieżności siatki dla modeli MES wskazują również, że do osiągnięcia akceptowalnego poziomu dokładności predykcji w zakresie sprężysto-lepkoplastycznym konieczne jest zastosowanie znacznie gęstszych siatek, niż w przypadku modelowania zachowań sprężystych.

Rozdział 6 poświęcony jest dodatkowym badaniom nad mikrostrukturą, skupiającym się na cechach geometrycznych wyjaśniających różnice w odpowiedzi mechanicznej regularnych sieci sześciennych (RC) i sieci regularnych przestrzennie centrowanych (BCC). W rozdziale tym zacytowano pojęcie „wskaźnika kierunkowej zwartości” (ang. *directional compacity index*), który określa stosunek promienia wtrącenia do odległości między najbliższymi środkami wtrąceń wzdłuż kierunku obciążenia, odzwierciedlając w ten sposób zróżnicowaną anizotropię w sieciach RC i BCC (Kowalczyk-Gajewska i inni, 2021). Rozszerzając to pojęcie, zaproponowano oryginalną metodę „odwiertu” (ang. *borehole*) do analizy udziału objętościowego wtrąceń występujących wzdłuż określonych kierunków, która pozwala uzyskać wgląd w rozkład przestrzenny bez konieczności wybierania linii łączących środki inkluzji. Metoda ta pomaga wyjaśnić, dlaczego sieci RC wykazują sztywniejsze reakcje wzdłuż kierunku (0,0,1), podczas gdy sieci BCC są sztywniejsze wzdłuż kierunku (1,1,1). Ponadto w rozdziale tym omówiono możliwość potencjalnej niestateczności materiałów porowatych z pustkami, w

szczegółności ryzyko wyboczenia sprężystego w cienkich połączeniach między pustkami. Uproszczona analiza z wykorzystaniem wzoru Eulera dla naprężenia krytycznego sugeruje, że dla frakcji objętościowych do 40% wyboczenie sprężyste nie jest głównym schematem zniszczenia, co przemawia za tym, że model klastrowy może mieć zastosowanie również do materiałów porowatych.

Rozdział 7 zawiera podsumowanie wyników pracy.

3. Podsumowanie osiągnięć rozprawy doktorskiej

W pracy przedstawiono oryginalne osiągnięcia w dziedzinie modelowania mikromechanicznego materiałów kompozytowych, w szczególności w zakresie zrozumienia wpływu morfologii mikrostruktury i anizotropii właściwości makroskopowych. Wyniki te poszerzają dotychczasową wiedzę w kilku kluczowych obszarach:

- (a) Efektywne procedury obliczania tensora interakcji. W pracy sformułowano wydajne obliczeniowo procedury określania tensora interakcji czwartego rzędu, który opisuje wpływ morfologii mikrostruktury w modelu klastra pola średniego. Obejmuje to wyprowadzenie zamkniętych formuł dla typowych regularnych układów elipsoidalnych wtrąceń, takich jak regularne sieci sześciennie (RC), sześciennie przestrzennie centrowane (BCC) i sześciennie ściennie centrowane (FCC), w zakresie sprężystym.
- (b) Weryfikacja numeryczna i określenie zakresu stosowalności modelu klastrowego. Przeprowadzona została numeryczna weryfikacja modelu klastrowego dla liniowych materiałów termosprężystych przy użyciu MES. Pozwoliło to zidentyfikować ograniczenia modelu, określając zakres stosowalności dla udziałów objętościowych wtrąceń do 40%. Weryfikacja numeryczna została uzupełniona wstępną walidacją eksperymentalną z wykorzystaniem wydrukowanych w 3D próbek porowatych o zaprojektowanym układzie pustych przestrzeni sferycznych.
- (c) Rozszerzenie modelu na nieliniowy zakres sprężysto-plastyczny. Model klastrowy został rozszerzony na nieliniowy zakres sprężysto-plastyczny, uwzględniając niezbędne etapy, takie jak linearyzacja, uniformizacja i izotropizacja. Zmodyfikowane podejście dało wiarygodne wyniki zarówno dla warunków obciążenia dewiatorowego, jak i hydrostatycznego.
- (d) Procedury optymalizacji mikrostruktury. Praca zawiera propozycję procedur optymalizacji mikrostruktury, które wykorzystują oszacowania modelu klastrowego dotyczące ogólnych właściwości materiału. W celu zidentyfikowania optymalnych mikrostruktur zaproponowano wydajne czasowo algorytmy.
- (e) Rozszerzenie modelu na sprężysto-lepkoplastyczność. Rozszerzenie to skupiało się na doborze metod izotropizacji i ich wpływie na wyniki, z porównaniami dokonanymi w stosunku do analiz przy użyciu metody elementów skończonych.
- (f) Propozycja wskaźnika morfologii geometrycznej. Zaproponowano nowy wskaźnik morfologii geometrycznej oparty na koncepcji „odwiertu”. Wskaźnik ten okazał się skuteczny w kwantyfikacji makroskopowej anizotropii materiału wywołanej niejednorodnością.

Praca doktorska została wykonana w ramach dwóch projektów badawczych NCN (OPUS NCN 2016/23/B/ST8/03418 oraz OPUS NCN 2021/41/B/ST8/03345), a jej wyniki zostały

opublikowane w dwóch renomowanych czasopismach naukowych (Archives of Civil and Mechanical Engineering, International Journal of Engineering Science).

Oprócz oryginalnego wkładu naukowego, praca wyróżnia się precyzyjnym przekazem, logiczną strukturą oraz starannym opisem złożonych pojęć, przedstawiając rozwiązanie podjętego problemu badawczego w sposób jasny i dobrze przemyślany.

4. Uwagi krytyczne i dyskusyjne

Uwagi edytorskie:

- (a) Na tle starannego sformułowania pracy istotnym mankamentem jest brak wykazu symboli i notacji matematycznej. Utrudnia to czytelnikowi zrozumienie złożonych modeli mikromechanicznych i równań przedstawionych w całej pracy. Bez spisu symboli i działań matematycznych czytelnicy muszą wnioskować o ich znaczeniu na podstawie kontekstu lub wyszukiwać ich pierwotne definicje. Jednym z przykładów są działania na tensorach. Autor przedstawia równania zawierające mnożenia tensorów różnych rzędów, jednak nie objaśnia, o jakie mnożenia chodzi (iloczyn zewnętrzny, ze zwężeniem, pełne nasunięcie, etc). Należy się domyślić, że w równaniu (2.1) zastosowano podwójne zwężenie lub pełne nasunięcie, zaś w równaniu (2.3) podwójne zwężenie. Jaki iloczyn występuje w takim razie np. w równaniu (2.11)? Spis zawierający objaśnienie symboli i działań matematycznych znacznie poprawiłaby przejrzystość i przystępność pracy zarówno dla specjalistów, jak i osób mniej zaznajomionych z konkretnymi notacjami używanymi w pracy.
- (b) Atutem pracy jest unikanie zbędnych treści i przejrzysta, logiczna prezentacja wyników badań. Jednak w niektórych fragmentach zwięzłość ta graniczy z lakonicznością, co może utrudniać czytelnikom pełne zrozumienie skomplikowanych szczegółów pracy. Na przykład podstawy matematyczne rozszerzenia modelu klastra na zakres sprężysto-plastycznej odpowiedzi materiału, obejmujące linearyzację, uniformizację i izotropizację, mogłyby zostać przedstawione w sposób bardziej szczegółowy. Nieco bardziej rozbudowane omówienie niektórych skomplikowanych elementów analizy poprawiłoby przystępność rozprawy doktorskiej i zapewniło pełniejsze zrozumienie treści przez szerszą grupę odbiorców.
- (c) Praca jest ogólnie napisana poprawnym językiem, ale nie jest całkowicie wolna od drobnych błędów redakcyjnych i nieścisłości w notacji, które mogą czasami utrudniać zrozumienie. Pomijając błędy literowe jako nieistotne (np. mophrology zamiast morphology w tytule pracy), należy jednak wspomnieć np. o błędnej definicji uśredniania objętościowego na str. 8, zamieszaniu w oznaczeniach wielkości skalarnych, tensorów drugiego rzędu i tensorów czwartego rzędu (np. tensor odkształcenia w równaniu (2.1) został oznaczony jak skalar, to samo dotyczy tenora w równaniu (2.3b)), czy kolizji oznaczeń (wielkość skalarna a występuje zarówno jako promień inkluzji -równanie (2.23), jak i jako rozmiar klastra).

Powyższe drobne niedociągnięcia nie obniżają wartości pracy, która generalnie jest napisana w sposób bardzo staranny.

Uwagi merytoryczne i dyskusyjne

- (a) Autor rozprawy wskazuje na kilka ograniczeń dotyczących stosowalności i jakości wyników opracowanego mikromechanicznego modelu klastrowego, zwłaszcza w przypadku rozszerzenia go na zakresy nieliniowe i złożone mikrostruktury. Uważam to za ważne osiągnięcie pracy. Ograniczenia te wskazują obszary, w których przewidywania modelu mogą być mniej wiarygodne lub wymagają dalszego udoskonalenia. Jednak jedno z podstawowych ograniczeń tkwi już w samym założeniu pracy, dotyczącym elipsoidalnego kształtu wtrąceń. W rzeczywistych materiałach kompozytowych nie zawsze jest on elipsoidalny. W takich przypadkach rozwijany w pracy model, mający na celu uproszczoną i przyspieszoną analizę, nie ma zastosowania. Nie ma on również zastosowania w przypadku kompozytów zbrojonych włóknami długimi.
- (b) Kolejnym ograniczeniem modelu jest brak uwzględnienia interfejsu pomiędzy materiałem matrycy a wtrąceniami. Interfejs między matrycą a wtrąceniami wpływa na przenoszenie obciążenia, trwałość połączenia matrycy ze zbrojeniem oraz mechanizmy uszkodzeń w kompozytach. O wytrzymałości i trwałości połączeń międzyfazowych decyduje wiele czynników związanych z materiałami składowymi kompozytów oraz metodami ich wytwarzania. Doniesienia literaturowe podkreślają, że interfejs zachowuje się jak odrębny, trzeci składnik, który ma bardzo duży wpływ na właściwości kompozytu. Dostępne są w literaturze liczne prace na ten temat; szkoda, że problem ten nie został w pracy wspomniany. Nie został też szerzej omówiony aspekt numerycznego modelowania styku pomiędzy matrycą a inkluzjami.
- (c) Rozszerzenie modelu na zakres nieliniowy dotyczy pewnych specyficznych zachowań konstytutywnych: dewiatorowego prawa płynięcia plastycznego oraz szeregowego modelu sprężysto-lepkoplastycznego typu Maxwella. Czy można efektywnie rozszerzyć rozważany model klastra również na inne, bardziej złożone zachowania nieliniowe? Czy możliwe jest uwzględnienie różnych mechanizmów rozwoju uszkodzeń?
- (d) Czy Autor sprawdzał przejścia graniczne (na przykład przypadek matrycy zbrojonej cząstkami matrycy)? Przypadek taki powinien opisać materiał jednorodny izotropowy. Trochę niepokojące są wyniki pokazane na rysunkach 3.25-3.27, na których w nieistniejących inkluzjach (dla ich zerowego udziału objętościowego) występują niezerowe wartości naprężeń.
- (e) Najsłabszą częścią rozprawy wydaje się Rozdział 6. Opisywana jest w nim ciekawa koncepcja „odwiertu”, która faworyzuje szeregowe ustawienie materiałów w próbce, a więc regułę homogenizacyjną typu Reussa (1929) (równanie (6.6)). Autor wspomina również liniową regułę mieszania Voigta (1889) (równanie (6.8)). Są to dwie podstawowe reguły, stanowiące odpowiednio dolne i górne oszacowanie właściwości sprężystych kompozytu (Hill, 1963). W pracy nie ma jednak wzmianki ani o twórcach tych reguł, ani o ich znaczeniu.
- (f) Drugi problem poruszany w Rozdziale 6 dotyczy możliwości lokalnej utraty stateczności materiałów porowatych. Autor przedstawia prostą analizę możliwości utraty stateczności w zakresie liniowo-sprężystym przy użyciu metody Eulera. Wzór (6.10) zawiera jednak błąd (występująca w mianowniku długość wyboczeniowa powinna być podniesiona do kwadratu). Drugim niedociągnięciem dotyczącym tej

części pracy jest brak uwzględnienia możliwości wyboczenia w zakresie niesprężystym (odnosi się wrażenie, że takie wyboczenie nie istnieje).

Powyższe uwagi dotyczą w większości możliwości dalszego rozwijania tematyki pracy, a drobne błędy i niedociągnięcia nie obniżają w sposób istotny jej bardzo dobrej oceny.

5. Wniosek końcowy

Recenzowana praca doktorska znacznie przyczynia się do rozwoju modelowania mikromechanicznego materiałów niejednorodnych poprzez dostarczenie wydajnych narzędzi obliczeniowych, rozszerzenie modelu klastra na nieliniowe zachowania materiałów oraz zaproponowanie nowych metod charakteryzacji i optymalizacji mikrostruktury, zwiększając tym samym możliwości prognostyczne dla złożonych materiałów kompozytowych.

Stwierdzam, że przedstawiona mi do recenzji praca doktorska mgr inż. Kamila Bieńka pt „ANISOTROPY OF COMPOSITE MATERIAL PROPERTIES INDUCED BY MICROSTRUCTURE MORPHOLOGY - MICROMECHANICAL AND NUMERICAL MODELING IN NON-LINEAR REGIME” przedstawia oryginalne rozwiązanie problemu naukowego i **spełnia wymagania** stawiane pracom doktorskim przez *Ustawę z dnia 20 lipca 2018 r. Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce*. **Wnioskuje o dopuszczenie jej do publicznej obrony.**

Ze względu na wysokie walory naukowe oraz wyróżniającą się staranność opisu wnioskuje o wyróżnienie pracy.

