

Warszawa, 9 lipca 2024 roku

Dr hab. inż. Andrzej Myśliński, prof. instytutu
Instytut Badań Systemowych PAN
ul. Newelska 6
01-447 Warszawa
e-mail: myslynsk@ibspan.waw.pl

RECENZJA

**rozprawy doktorskiej magistra inż. Jędrzeja Dobrzańskiego
pt. "Finite-Element Modelling of Moving Weak Discontinuities using Laminated
Microstructures"**

Niniejsza recenzja została przygotowana na zlecenie Sekretarza Rady Naukowej Instytutu Podstawowych Problemów Techniki PAN Pana prof. dr hab. Zbigniewa Ranachowskiego wyrażone w piśmie z dnia 29 kwietnia 2024 r.

1. Cel i teza rozprawy

Rozprawa doktorska mgr inż. Jędrzeja Dobrzańskiego (Doktorant) poświęcona jest opracowaniu nowej metody elementu skończonego przeznaczonej do modelowania sprężystych, sprężysto-plastycznych struktur lub mikrostruktur kompozytowych z uwzględnieniem małych oraz skończonych deformacji a składających się z materiałów o różnych parametrach i oddzielonych stałym lub ruchomym interfejsem. Wzdłuż interfejsu występuje materialna nieciągłość w postaci skoku wartości parametrów materiałów.

Zagadnienia mechaniki ciała stałego lub mechaniki płynów opisywane są najczęściej równaniami różniczkowymi cząstkowymi. Celem ich numerycznego rozwiązywania stosuje się metodę elementu skończonego. Dla struktur składających się z wielu różnych faz materiałowych, o złożonej geometrii, do ich opisu, analizy i modelowania numerycznego wykorzystuje się także metodę zbiorów poziomowych (ang. level set method) i funkcję poziomową opisującą niejawnie geometrię obszaru zajmowanego przez strukturę mechaniczną, jak i aproksymację tej metody w postaci metody pól fazowych (ang. phase field method) PF. Obie metody są od wielu lat przedmiotem intensywnych interdyscyplinarnych badań z pogranicza, matematyki, mechaniki, nauk inżynierskich, informatyki, zmierzających do poprawy ich efektywności obliczeniowej w różnych zastosowaniach. Są one szeroko stosowane w różnych dziedzinach nauk technicznych obejmujących modelowanie zjawisk na brzegu ciała stałego i cieczy, materiałów kompozytowych, propagacji szczelin w materiałach, zagadnień kontaktowych, przetwarzanie obrazów oraz optymalizację topologiczną zagadnień elektro-mechanicznych czy akustycznych.

We wstępie rozprawy na str. 3, Doktorant sformułował jej cel jako „*zaproponowanie i zaimplementowanie nowej metody obliczeniowej pozwalającej na modelowanie materiałowych i ruchomych słabych nieciągłości przy użyciu metody elementu skończonego oraz mikrostruktur warstwowych*” oraz „*przetestowanie zaproponowanej metody na przykładach z mechaniki ciała stałego i porównanie jej z innymi istniejącymi metodami*.” W rozprawie Doktorant zaproponował nową metodę modelowania struktur złożonych z wielu materiałów polegającą na zastąpieniu elementu skończonego przedzielonego interfejsem oddzielającym dwie fazy materiałowe, warstwową mikrostrukturą kompozytową, o ustalonym udziale objętościowym faz materiałowych równym oryginalnym objętościom tych faz w przeciętym elemencie oraz kierunku warstw wynikającym z pozycji interfejsu w ramach elementu skończonego. Zaproponowaną metodę Doktorant nazwał LET (ang. laminated element technique). Następnie Doktorant tę metodę wykorzystał do modyfikacji standardowej metody pól fazowych PF. Obie metody zostały zaimplementowane i wykorzystane do numerycznego

rozwiązania siedmiu zadań modelowania dwu oraz trójwymiarowych mikrostruktur złożonych z dwóch lub trzech materiałów. Uzyskane wyniki numeryczne Doktorant starannie przedyskutował.

Sformułowany cel rozprawy oraz jej zawartość wskazują, że jej przedmiotem jest rozwiązanie złożonego oraz istotnego problemu technicznego z zakresu numerycznego rozwiązywania równań różniczkowych cząstkowych opisujących struktury kompozytowe złożone z wielu materiałów oddzielonych ruchomymi interfejsami o złożonej geometrii.

Wybór tematyki rozprawy zmierzający do opracowania efektywnych metod pól fazowych do modelowania struktur kompozytowych uważam za zasadny, a rozważane w niej zagadnienia są istotne i aktualne zarówno dla analizy teoretycznej, jak i numerycznej przedmiotowych struktur. Z punktu widzenia analitycznego rozprawa poświęcona jest numerycznemu rozwiązywaniu szczególnej klasy zagadnień sprężystych lub sprężysto-plastycznych jakimi są zagadnienia z wieloma materiałami. Wzdłuż granic podobszarów oddzielających fazy materiałowe występuje nagle zmiana parametrów materiałowych oraz gradientu deformacji mikrostruktury. Powoduje to trudności zarówno w analizie jak i numerycznym modelowaniu tych zagadnień.

Proponowane przez Doktoranta podejście oparte o wykorzystanie mikrostruktury kompozytowej zlokalizowanej na interfejsie pozwala na poprawienie efektywności metody pól fazowych. Podjęte przez Doktoranta wyzwania badawcze wpisują się we współczesne trendy rozwoju tej dziedziny modelowania struktur kompozytowych. Zaproponowane w rozprawie metody obliczeniowe mogą mieć praktyczne zastosowanie w modelowaniu podobnych zagadnień z wielu różnych dziedzin.

2. Zawartość rozprawy

Rozprawa została napisana w języku angielskim. Tekst 119 stronicowej rozprawy został podzielony na 8 rozdziałów, 5 załączników oraz spis literatury. W rozdziałach 1 i 2, Doktorant sformułował, odpowiednio, cel rozprawy oraz dokonał przeglądu literatury z zakresu modelowania struktur sprężystych złożonych z dwóch różnych materiałów oddzielonych interfejsem, na którym występuje nagle zmiana własności i parametrów materiałów oraz może wystąpić skok gradientu deformacji.

W rozdziale 3 Doktorant opisał zarówno ciągłe, jak i dyskretnie modele takich struktur sprężystych dla małych jak i dużych przemieszczeń. Ponadto zdefiniował pojęcia zagadnień ze ściśle określonym interfejsem (ang. sharp interface problem) oraz zagadnienia go aproksymującego (ang. diffuse-interface problem) zapisanego za pomocą metody pól fazowych PF. Ponadto w tym rozdziale przedstawiono model mikrostruktury kompozytowej złożonej z równoległych warstw dwóch materiałów oddzielonych interfejsami.

Rozdziały 4 i 5 poświęcone są opisowi metod proponowanych przez Doktoranta do modelowania przedmiotowych struktur. Metoda LET jest opisana w rozdziale 4. Polega ona na zastąpieniu elementu skończonego przedzielonego interfejsem oddzielającym dwie fazy, mikrostrukturą warstwową o odpowiednio dobranych parametrach. W rozdziale 5 opisano wykorzystanie metody LET oraz regularyzacji formuły wyznaczania objętości faz materiałowych do modyfikacji metody pól fazowych PFM. Nową metodę Doktorant nazwał LET-PF.

Rozdziały 6 i 7 zawierają opis przeprowadzonych eksperymentów numerycznych przy użyciu metod LET oraz LET-PF oraz przedstawienie i dyskusję uzyskanych wyników obliczeniowych, a także ich porównanie z wynikami uzyskanymi za pomocą innych metod znanych z literatury. W rozdziale 6 do modelowania dwuwymiarowego oraz trójwymiarowego sprężystego zagadnienia inkluzji, dwuwymiarowego zagadnienia sprężystego z odkształceniem własnym, trójwymiarowej komórki z hiper sprężystego materiału z 4 splecionymi włóknami, dwuwymiarowej komórki sprężysto-plastycznej z inkluzją w kształcie koła wykorzystano metodę LET. Uzyskane wyniki porównano z wynikami uzyskanymi za pomocą metod ELA (ang. element level assignment), GPLA (ang. Gauss point level assignment). Na tej podstawie Doktorant stwierdził, że proponowana metoda jest dokładniejsza od porównywanych metod, ale jej rząd zbieżności nie zależy praktycznie od gęstości siatki. W rozdziale 7

metodę LET-PF wykorzystano do numerycznego modelowania procesu ewolucji inkluzji w dwuwymiarowym sprężystym materiale zajmującym ograniczony obszar. Rozwiązano zadania z jedną oraz trzema inkluzjami. Uzyskane wyniki numeryczne przedyskutowano i porównano z wynikami uzyskanymi za pomocą klasycznej metody PF. Stwierdzono, że proponowana metoda LET-PF jest dokładniejsza od metody PF i może być stosowana gdy siatka obszaru jest zgrubna.

Ostatni, 8 rozdział, zawiera podsumowanie rozprawy, wskazuje na oryginalne wyniki Doktoranta i kierunki dalszych prac badawczych.

W załącznikach A-E Doktorant opisał szczegóły dotyczące wyznaczania i regularyzacji formuły wyznaczania objętości faz materiałowych, wykorzystanie wielu funkcji poziomicowych w metodzie LET, analityczne rozwiązanie dla zagadnienia ewolucji inkluzji w sprężystym dwuwymiarowym obszarze oraz schemat obliczeniowy dla sprężysto-plastycznego dwuwymiarowego zagadnienia inkluzji.

Rozprawę zamyka spis literatury składający się ze 186 pozycji obejmujący zarówno monografie jak i artykuły publikowane w czasopismach oraz materiałach konferencyjnych o zasięgu międzynarodowym. Przedmiotowy spis zawiera pozycje dotyczące podstaw mechaniki ciała stałego, mikrostruktur kompozytowych, metody elementu skończonego, metody pól fazowych, modelowania szczelin oraz zagadnień ze swobodną granicą. W spisie literatury zamieszczono dwa artykuły opublikowane przez Doktoranta w 2024 roku w czasopismach *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* oraz *Computers and Structures*. Rozprawa w znacznym stopniu opiera się na wynikach opublikowanych w tych dwóch artykułach.

3. Ocena merytoryczna

Rozprawa jest napisana starannie. Obszerny przegląd literatury przedmiotu dotyczący metod modelowania sprężystych lub sprężysto-plastycznych warstwowych mikrostruktur kompozytowych zawarty w rozprawie wskazuje na rozległą wiedzę Doktoranta z zakresu przedmiotu rozprawy.

Proponowana w rozprawie metoda LET numerycznego rozwiązywania zagadnień eliptycznych opisujących mikrostruktury kompozytowe (str. 34-36) jest oryginalnym pomysłem i wynikiem Doktoranta. Do oryginalnych wyników Doktoranta przedstawionych w rozprawie należą też:

1. zmodyfikowana metoda pól fazowych LET-PF do rozwiązywania zagadnień parabolicznych opisujących ewolucję interfejsu mikrostruktury kompozytowej (str. 37),
2. przetestowanie metod LET oraz LET-PF na wielu przykładach numerycznych, porównanie ich z innymi metodami znanymi z literatury oraz przedyskutowanie ich właściwości (str. 43-84).

Obie zaproponowane metody numeryczne LET oraz LET-PF, opierają się o literaturę przedmiotu ale stanowią oryginalne rozwinięcie znanych istniejących metod. Rozprawa ma przede wszystkim charakter pracy numerycznej, gdzie główny nacisk położono na numeryczną implementację oraz weryfikację zaproponowanych metod modelowania rozważanej klasy struktur mechanicznych. Zastosowanie proponowanych metod do modelowania zagadnień sprężystych lub sprężysto-plastycznych i numeryczny charakter rozprawy powodują, że mieści się ona w dyscyplinie **Inżynieria mechaniczna**.

Doktorant prawidłowo i we właściwy sposób sformułował zagadnienie badawcze. Wykorzystując metody numeryczne opisane w literaturze, dokonał ich krytycznej analizy i celem poprawy efektywności obliczeniowej tych metod, zaproponował nowe metody rozwiązania badanej klasy struktur mechanicznych. Modelując kilkanaście dwu lub trójwymiarowych mikrostruktur kompozytowych uzyskał oryginalne wyniki numeryczne potwierdzające przydatność i efektywność zaproponowanych metod modelowania. Przeprowadzona analiza oraz wykonane prace programistyczne i wdrożeniowe, a także uzyskane wyniki numeryczne pozwoliły Doktorantowi na udokumentowanie słuszności poczynionych założeń oraz udaną realizację założonych celów rozprawy. Przedstawiona rozprawa posiada również walory aplikacyjne. Zaproponowana metoda może być wykorzystana w

rozwiązywaniu numerycznym zagadnień ze swobodną granicą występujących w wielu dziedzinach techniki. **Wykonana w ramach doktoratu praca jest istotnym wkładem w rozwój metod numerycznych do modelowania mikrostruktur kompozytowych i zawiera oryginalne elementy.**

5. Ocena redakcyjna i językowa rozprawy

Rozprawa jest zredagowana bardzo starannie. Układ rozdziałów rozprawy jest logiczny i prawidłowy oraz podporządkowany realizacji celu rozprawy. Rozprawa napisana jest w języku angielskim w sposób zwięzły i zrozumiały. Nie zauważyłem w rozprawie wielu usterek językowych. Zamieszczone tabele i rysunki są czytelne. Znaczna część rysunków i wykresów jest różnokolorowa, co tym bardziej ułatwia czytelnikowi ich analizowanie. Do mankamentów redakcji rozprawy zaliczam brak spisu oznaczeń użytych w tekście. Pewne kluczowe symbole, na przykład, α , γ , ϕ , Doktorant używa w rozprawie albo nie definiując ich znaczenia albo przypisując im różne znaczenia. Mankamentem tekstu rozprawy jest również jego monotony charakter. Brakuje wyodrębnionych definicji używanych pojęć, wyróżnienia istotnych faktów poprzez użycie innej czcionki lub stylu tekstu.

6. Uwagi dyskusyjne

Recenzowana praca obok wymienionych wyżej zalet ma również pewne drobne nieścisłości wymagające wyjaśnienia. Należą do nich między innymi:

- 1) We wstępie Doktorant odnosi się do metody X-FEM. W literaturze rozwijane są różne formy metody elementu skończonego (FEM), w szczególności metoda cutFEM (m.in. w E.Burman, P.Hansbo, CMAE, 199(2010) pp. 2680-2686) przeznaczona do modelowania struktur, gdzie element skończony jest przecięty interfejsem. Czy Doktorant mógłby wskazać czy są jakieś wspólne punkty w podejściu proponowanym w rozprawie w rozdziale 4 a podejściem cutFEM?
- 2) Str. 18, wzór (3.1) – w pracy [Silhavy, 1997, s.33] wektor \mathbf{c} jest interpretowany jako amplituda skoku pochodnej (tutaj: gradientu deformacji) na brzegu Γ ? Wyraz *quantity* jest używany w tej pracy, ale chyba lepiej byłoby zdefiniować jawnie obiekt \mathbf{c} ?
 - a. wzór (3.2) – brakuje zakresu indeksu i ? Tutaj $i=1,2$. Ale w ogólnym przypadku faz materiałowych może być $N \geq 1$. Czy w rozprawie nakłada się jakieś ograniczenia dla N faz materiałowych np. w postaci simpleksu Gibbsa?
- 3) Str. 23, wzór (3.29) – jaką rolę pełni trzeci składnik tego funkcjonału (całka po brzegu)? Parametr $\gamma > 0$?
- 4) Str. 27, wzór (3.52) – tylko pierwszy składnik tej funkcji to jest *double-well potential*. Drugi składnik zapewnia regularność brzegu i istnienie minimum funkcjonału energii? Parametr $l > 0$?
- 5) Str. 27, wzór (3.54) – równanie przepływu (ang. gradient flow equation) może być sformułowane albo jako równanie Allena-Cahna albo Cahna-Hilliarda. Dlaczego wybrano tę pierwszą postać? Aby to równanie miało sens wcześniej należało wprowadzić i wyjaśnić zależność funkcji ϕ od czasu t .
- 6) Str. 31, wiersz 15 od góry – z równania (3.4) trudno odgadnąć jak wyznacza się wektor \mathbf{c} . Lepiej byłoby odwołać się tutaj do Algorytmu 5 na str. 98 gdzie to jest szczegółowo opisane. Jaka jest relacja między \mathbf{c} , \mathbf{F} , $\bar{\mathbf{F}}$. Czy $\mathbf{c}=\mathbf{c}(\bar{\mathbf{F}})$ jak na str. 31 czy $\mathbf{h}_i=\mathbf{h}_i(\mathbf{F}_i(\bar{\mathbf{F}}, \mathbf{c}))$ jak na str. 96?
- 7) Str. 33 – czy element ω jest oznaczony na Rys. 4.1?
- 8) Str. 34, wiersze 10-17 od góry - definicja (4.2) funkcji poziomicowej nie uwzględnia ewolucji tej funkcji w czasie? Dla zbioru jednowymiarowego ($n=1$) funkcja poziomicowa zależy od dwóch zmiennych! Jakiej gładkości Doktorant oczekuje od funkcji poziomicowej (4.2)? Jeśli funkcja poziomicowa jest gładka, to w jakim celu jest w obliczeniach numerycznych regularyzowana? Zachęcam Doktoranta do zapoznania się z pojęciem *funkcja poziomicowa* w książce R. Fedkiwa i S. Oshera z 2002 roku.

- 9) Str. 41, wzór (5.6) – ponieważ l i d zależą od h , ten wzór oznacza, że przedmiotowy parametr regularizacyjny jest proporcjonalny do h , co jest zgodne z doświadczeniem numerycznym.
- 10) Str. 50, Rys. 6.7a - dla algorytmu GPLA błąd jest znacząco inny? Czy można to wyjaśnić?
- 11) Str. 63, wzór (7.2) – A zależy od γ oraz ε . Co oznacza symbol ε we wzorze E.3? Jakie wartości ε wykorzystano do przeprowadzenia obliczeń pokazanych na Rys. 7.2 na str. 65? Dla $A=3.6$ siły *int* oraz *bulk* od pewnego punktu są równe? Czy ma to sens fizyczny?
- 12) Str. 66, Rys. 7.3 – czy średni promień $\bar{\rho}$ może przyjąć wartość 0? Rys. 7.2 zdaje się wykluczać taki przypadek?
- 13) Str. 93-94, Załącznik B – przy pewnych założeniach przedstawiony opis jest prawidłowy. Ale czy on jest zawsze stosowalny? Czy superpozycja zilustrowana na Rys. B.1 zawsze jest wykonalna?
- 14) Str. 99-100, Załącznik D – zawiera oczywiste wnioski dostępne w literaturze. Czy Doktorant badał przydatność formuły (5.6)? Rys. D.1 wskazuje, że parametr regularizacji silnie zależy od γ ? Czy podstawienie $l=1.5h$ (niecałkowita wielokrotność h) jest optymalne obliczeniowo?

7. Podsumowanie

Powyższe uwagi dyskusyjne nie mają zasadniczego wpływu na moją bardzo pozytywną opinię o rozprawie. Doktorant poprawnie sformułował nietrywialny problem badawczy modelowania struktur kompozytowych z ruchomym interfejsem mający duże znaczenie praktyczne. Problem ten Doktorant samodzielnie i w oryginalny sposób rozwiązał stosując zaproponowaną przez siebie metodę LET oraz zmodyfikowaną w oparciu o metodę LET, metodę pół fazowych LET-PF. Wykazał się bardzo dobrą znajomością metod zbiorów poziomicowych, pół fazowych, metody elementu skończonego oraz nowoczesnych metod obliczeniowych jak również pomysłowością, systematycznością i pracowitością w przygotowaniu oraz przeprowadzeniu znacznej liczby symulacji komputerowych. Wykazuje cechy predysponujące go do pracy naukowej.

Uważam, że przedmiotowa rozprawa spełnia warunki określone w art. 13.1 Ustawy z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki (Dz.U. z 2017 r. poz. 1789 z późn. zmianami), jak również stosowne zapisy Ustawy z dnia 20 lipca 2018 r. (Dz. U. z 2018 r. poz. 1668 z późn. zmianami). Wnioskuje o dopuszczenie Pana mgr inż. Jędrzeja Dobrzańskiego do dalszych etapów przewodu doktorskiego.

Przedkładałam również wniosek o wyróżnienie tej rozprawy ze względu na jej wysoką wartość merytoryczną, oryginalność ujęcia tematu, rozległość zrealizowanego programu eksperymentów numerycznych oraz uzyskane interesujące wyniki numeryczne oraz ich szczegółową analizę. Przedmiotowe wyniki zostały już opublikowane w recenzowanych czasopismach o zasięgu międzynarodowym: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* oraz *Computers and Structures*.