

Prof. dr hab. inż. Witold Cecot  
Politechnika Krakowska  
Wydział Inżynierii Lądowej  
Katedra Technologii Informatycznych w Inżynierii  
e-mail: plcecot@cyf-kr.edu.pl  
tel. 12-628-2167

Kraków, 05.08.2024

**Opinia o rozprawie doktorskiej mgr. inż. Jędrzeja Dobrzańskiego  
zatytułowanej**

***Finite-element modeling of moving weak discontinuities using  
laminated microstructures***

**Promotor: prof. dr hab. inż. Stanisław Stupkiewicz**

Niniejszą recenzję opracowałem na podstawie uchwały Rady Naukowej Instytutu Podstawowych Problemów Techniki PAN z dnia 25 kwietnia 2024, egzemplarza rozprawy doktorskiej otrzymanej w maju 2024 r. oraz ustawy z dnia 20 lipca 2018 r. prawo o szkolnictwie wyższym i nauce (Dz. U. z 2023 r. poz. 742).

## **1 Przedmiot rozprawy**

Tematem rozprawy jest oryginalna modyfikacja metody elementów skończonych (MES) pozwalająca na efektywne wykonywanie obliczeń dla zadań z obszarem niejednorodnym. Celem zaproponowanej metody nazwanej LET-PF, będącej kombinacją elementów laminowanych *laminated element technique* oraz metody fazowej *phase field method*), jest modelowanie zadań, w których występuje nieciągłość parametrów materiałowych, stosując stosunkowo rzadką siatkę MES, niedopasowaną do granicy między różnymi fazami, w szczególności między różnymi materiałami występującymi w analizowanym obszarze. Zaproponowane podejście zostało przetestowane na kilku przykładach. Testy potwierdziły poprawność i skuteczność metody LET-PF dla zadań zarówno z ustaloną jak i ruchomą granicą między fazami.

## 2 Ocena pracy

Po omówieniu znanych z literatury, najważniejszych metod bezpośredniego rozwiązywania zadań z wewnętrzną granicą między podobszarami o różnych właściwościach (tzw. interfejsem), Doktorant wyprowadził sformułowanie słabe dla zadania z ruchomym, rozmytym interfejsem, zakładając tak jak w metodzie pól fazowych (PF), że zmiana parametrów rozważanego równania różniczkowego następuje w sposób ciągły, na małym obszarze, a więc z dużym gradientem ale nie skokowo. Następnie, przedstawiono w rozprawie podstawowe wzory homogenizacji parametrów laminatu stosowane w tzw. elementach laminowanych (LET). Wzory te pozwalają na podstawie składu procentowego komponentów laminatu i ich orientacji zastąpić szybko zmieniający się tensor parametrów materiałowych tensorem stałym, a tym samym zastosować dyskretyzację MES niedopasowaną do mikrostruktury materiału.

Oryginalną koncepcją Doktoranta jest łączne zastosowanie metod LET i PF, dzięki czemu strefa rozmytego interfejsu jest wąskim obszarem a efektywność obliczeń ulega istotnej poprawie. Zostało to wykazane na podstawie testów numerycznych wykonanych dla kilku przykładowych zadań, dla których stosowano zarówno zaproponowane nowe podejście jak i inne metody, w szczególności obliczenia bezpośrednie z zastosowaniem siatek dopasowanych do mikrostruktury materiału. Rozważane przykłady obejmowały zadania statyki w obszarach 2D i 3D, w zakresie sprężystym i sprężysto-plastycznym, ze znanym i nieznanym rozwiązaniem analitycznym, z prostą i skomplikowaną geometrią, z jedną i kilkoma granicami między fazami, z nieruchomym i przede wszystkim ruchomym interfejsem.

Oprogramowanie potrzebne do wykonania testów zaproponowanego podejścia przygotowano w środowisku AceFEM. Dla zadań z nieruchomą wewnętrzną granicą między poszczególnymi podobszarami metoda LET dawała szybszą zbieżność niż dwie inne metody, w których stosowane są siatki niedopasowane (*element-level* oraz *Gauss-point-level assignment*). Dla zadań z ruchomym interfejsem zaproponowane przez Doktoranta połączenie LET-PF okazało się podejściem dającym dla danej liczby stopni swobody dokładniejsze wyniki niż sama metoda PF.

Podsumowując, tematyka pracy jest jak najbardziej aktualna i stanowi krok w kierunku sprawnego oraz wiarygodnego modelowania zadań z obszarem wielofazowym. Warto podkreślić, że wyniki prac zostały opublikowane w 2024 r. w dwóch artykułach w bardzo dobrych czasopismach naukowych.

Przy czytaniu rozprawy nasuwają się poniższe pytania.

1. Elementy skończone laminowane, w których korzysta się ze wzorów bazujących na założeniu o rozdzielności skal nie powinny być zbyt małe. Z drugiej strony o to chodziło Doktorantowi aby siatka MES nie musiała być zbyt gęsta. Czy były stosowane jakieś ograniczenia na wielkość elementów w strefie zmiany właściwości materiału?
2. Doktorant stosuje elementy skończone z funkcjami kształtu pierwszego stopnia. Jak na zbieżność wyników wpłynąłby wyższy stopień aproksymacji, pozwalający

np. lepiej aproksymować zakrzywione granice między komponentami?

3. Pokazany na rys. 6.16 rozrzut wyników zależy zapewne od zastosowanej liczby stopni swobody. Czy ten rozrzut malał wraz ze wzrostem gęstości siatki?
4. W zadaniach z ruchomy interfejsem stosowano adaptacyjnie dobierany krok czasowy. Jakie było kryterium sterowania długością kroku czasowego?

### 3 Uwagi szczegółowe i redakcyjne

- We wzorach (5.3) prawdopodobnie po prawej stronie powinno występować  $\Phi_0$  zamiast  $\Phi_{reg}$ .
- Naprężenia na rys. 7.6 są ciągłe. Warto było skomentować jak naprężenia są uciągane w stosowanym oprogramowaniu.
- Jednym z podejść, które można by jeszcze wymienić w przeglądzie literatury wydaje się być metoda zaproponowana dla zadań przepływu przez Peskina (1977), nazwana *Immersed Boundary Method* pomimo, że znacznie różni się od rozwijanego w pracy podejścia.

### 4 Podsumowanie

W moim przekonaniu przedstawiona rozprawa doktorska stanowi oryginalne rozwiązanie problemu naukowego jakim jest skuteczna poprawa efektywności obliczeń dla zadań z podobszarami o różnych właściwościach. Praca wnosi elementy oryginalne do modelowania komputerowego zagadnień inżynierskich, w szczególności z zakresu inżynierii mechanicznej, a Doktorant wykazał się dużą wiedzą z zakresu metod numerycznych oraz mechaniki i pokazał, że potrafi samodzielnie prowadzić badania naukowe.

Podniesione przeze mnie uwagi mają charakter dyskusyjny i nie wpływają istotnie na moją w pełni pozytywną ocenę pracy. Wnoszę o przyjęcie opiniowanej rozprawy mgr. inż. Jędrzeja Dobrzańskiego jako pracy doktorskiej i dopuszczenie jej do publicznej obrony.

